-EXERCICE 27.2-

• **ENONCE** :

« Champ créé par un segment »

Calculer le champ magnétique sur la médiatrice d'un fil rectiligne de longueur finie a, parcouru par un courant permanent I.

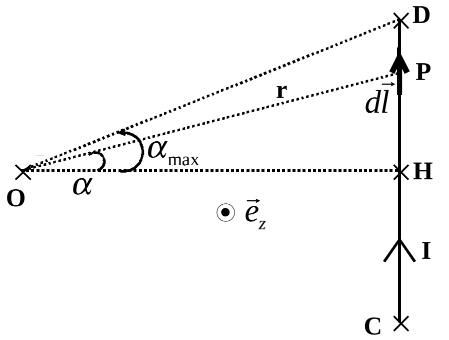
• **CORRIGE :** « Champ créé par un segment »

♦ La résolution « efficace » de cet exercice basique est d'une grande importance, car le segment de longueur finie est une partie constitutive d'un grand nombre de distributions : spire rectangulaire, polygone régulier à n côtés etc…

♦ On peut donner les conseils suivants :

- faire un schéma « propre »
- travailler en **coordonnées cylindriques**
- intégrer par rapport à la variable **angulaire**, comptée à partir de **l'axe de symétrie** du segment.

♦ Prenons donc les notations suivantes :



La longueur du segment CD est a

La distance OH vaut h

♦ Le plan (C,D,O) est plan de symétrie du courant ⇒ $\vec{B}$ est porté par $\vec{e}_z$; mais pour « enlacer » du courant, il faut sortir de ce plan et les lignes du champ ne sont plus connues ⇒ on ne peut trouver de contour d'Ampère simple ⇒ on applique la formule de Biot et Savart ; donc :

$$\vec{B}(o) = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_C^D d\vec{l} \wedge \frac{(-\vec{e}_r)}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_C^D (dr\vec{e}_r + rd\theta\vec{e}_\theta) \wedge \frac{(-\vec{e}_r)}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_C^D \frac{rd\theta}{r^2}\vec{e}_z$$

or : $\boxed{r = h/\cos\alpha \Rightarrow \vec{B}(O) = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_C^D \frac{\cos\theta}{h}d\theta = \frac{\mu_0 I}{2\pi h}\sin(\alpha_{max})}$ avec : $\boxed{\sin(\alpha_{max}) = \frac{a/2}{\sqrt{a^2/4 + h^2}}}$

Rq1 : bien entendu, un courant permanent ne peut exister sur un segment de longueur finie, il faut le voir comme appartenant à une « structure » fermée plus complexe.

Rq2 : j'insiste sur le fait que, même si les données de l'énoncé portent sur des distances, les calculs sont plus simples avec la variable angulaire comptée à partir de l'axe de symétrie de la distribution.

Rq3 : pour s'entraîner, on peut calculer le champ magnétique au centre O d'un polygone régulier à n côtés, inscrit dans un cercle de rayon R ; on trouve :

$\vec{B}(O) = \frac{n\mu_0 I}{2\pi R}\tan(\pi/n)\vec{e}_z$; lorsque n→∞ : $\vec{B} \to \frac{\mu_0 I}{2R}\vec{e}_z$, qui est bien le champ au centre d'une spire circulaire.